一般的電磁－弾塑性論 I

— 基礎論的諸問題 —

東理大 理工　　池　田　　　恵

（ 1月 30 日受理 ）

1. はじめに

一般的電磁ー弾塑性論（以下， Generalized Electro-Magnetic＝Elasto-Plastic Theoryを略して GEMEP－Theory とよぶことにする）というものは，何を目指しているのか。その点から基礎論の問題点をほりさげていきたい。

従来，諸々の力学のうち，物質の変形に関したものをまとめるものとして，レオロジーとか，連続体力学とかいう思想が出現してきていることは周知のとおりである。我々も，もちろん，一般的な変形論の立場を主張するものであり，かねてより，「連続体力学基礎論」[1] と称して，我々独自の、いわゆる物理ー幾何学的方法論を提唱してきている。その「基礎論」の論理展開は，既にのべたことがあるように，[1),2)] “非局所”から“非対称”へと流れこみ，最も一般的と考えられる，非対称場の構築と，その物理的応用の段階まで到達している。従って，今や論理的な方法論は確立されたといっても過言ではないが，しかし，この無色透明な方法論に対して，実際の物理現象を解析していこうとする時には，必らずや，諸々の物理条件によって，「場」の縮退が考えられねばならない。「連続体力学基礎論」の立場から扱い得る現象として最適なものは何かを考える時に，先ず思い当るのが電磁ー弾塑性論である。ことばを変えていえば，非対称場の構築に典型的にかかわりあってくるのが，電磁場と変形場の相互作用場である。では， GEMEP - Theory とは何かについて考えていこう。

その前に，一応，非対称場の論理について反省しておこう。

2. 物理的相互作用場の構築

「連続体力学基礎論」の立場に立つ限り，基底空間を考えられるのは，あくまでも変形場であり，各点に付随される動標構の，変形に依存した変換を規定していくことにより，着目する状態が，幾何学的な一つの空間として把握される。ところが，変形に関与する自

由度の性格を分解してみると，そこには，外力からの効果にまとめられる物理的相互作用が出現していることは言を待たない。つまり，積極的に，その物理的相互作用を抽出していこうとすると，ここに，変形場と，ある種の物理場との間の相互作用がとらえられてき，それこそが我々の観測する，実体としての物理現象に他ならず，相互作用場が構築されてくるのである。より特徴的にいえば，着目する物質に対して，ある種の物理場が作用し，その相互作用を変形場として把握せんとするならば，そこに登場する二つ（あるいは，それ以上）の相異なる自由度がそれぞれに構成する二つ（あるいは，それ以上）の場の相互作用場に着目する必要があり，ましてや，その相互作用が非線型・非可逆であるならば尚更に，その相互作用場は非対称になる。そして，自然現象は，一般には非線型であると考えた方が論理的には正しいわけで，従って，ここに一般的な非対称場の理論が登場することになる。その詳細は既にのべたので，[1),2)] ここでは後の議論に必要なことのみを記す。

我々が着目する基底空間たる変形場の構築を｛$\mathbf{e}_\kappa$｝($\kappa=1,2,3$)とおき，外場としての物理場のそれを｛$\mathbf{e}_\sigma$｝($\sigma=4,5,\cdots n$)とおく。この時，両者の相互作用は

$$\mathbf{e}_\sigma = \lambda^\kappa_\sigma \mathbf{e}_\kappa \quad ; \quad \mathbf{e}_\kappa = \lambda^\rho_\kappa \mathbf{e}_\rho \tag{2・1}$$

で表わされ，λ^κ_σ，λ^ρ_λなる変換係数が，すべての特徴を代表することになる。非対称場の計量は

$$g_{\lambda\sigma} = \lambda^\kappa_\sigma a_{\lambda\kappa} \quad ; \quad a_{\lambda\kappa} \equiv \mathbf{e}_\lambda \cdot \mathbf{e}_\kappa \tag{2・2}$$

の形で導入される。相互作用場の特徴を本質的に表わすのは接続概念であり，線素の変形への，相互作用の寄与を直接的に表わすものである。それは，幾何学的には共変微分に代表され，相互作用係数なるものは，接続係数によって代表されることとなる。即ち，｛$\mathbf{e}_\kappa$｝の変化は，

$$d\mathbf{e}_\kappa = \omega^\lambda_\kappa \mathbf{e}_\lambda + \omega^\sigma_\kappa \mathbf{e}_\sigma \tag{2・3}$$

で与えられ，ω^λ_κは純変形場の変化に対応し，ω^σ_κは物理場｛$\mathbf{e}_\sigma$｝からの寄与を表わすといえる。一方，

$$\omega^\lambda_\kappa = \gamma^{\ \lambda}_{\mu\kappa}\, dx^\mu \ , \qquad \omega^\sigma_\kappa = \Gamma^{\ \sigma}_{\mu\kappa}\, dx^\mu \tag{2・4}$$

が仮定できる故,

$$\gamma^{\kappa}_{\mu\lambda} = \partial_{\mu}\,\omega^{\kappa}_{\lambda} = \mathbf{e}^{\kappa}\,\partial_{\mu}\,\mathbf{e}_{\lambda}\quad , \qquad \Gamma^{\sigma}_{\mu\kappa} = \partial_{\mu}\,\omega^{\sigma}_{\kappa} = \mathbf{e}^{\sigma}\,\partial_{\mu}\,\mathbf{e}_{\kappa} \tag{2・5}$$

が得られる。

さて，このようにみてくると，物理的相互作用場は，幾何学的には（$g_{\lambda\sigma}$ ，$\Gamma^{\sigma}_{\mu\kappa}$）によって把握され，又，より本質的には，各点に（$\lambda^{\sigma}_{\kappa}$）が付随した形で，独立変数が element of support（x^{κ}, $\lambda^{\sigma}_{\kappa}$）に帰着することが主張できる。つまり，相互作用なるものは，純変形場，｛$\mathbf{e}_{\kappa}$｝－ fieldから（$\lambda^{\sigma}_{\kappa}$）によって，はみだした量に相当する。その“はみだし量”をそ場の構成量としてとり入れてやって，全体として物理的相互作用場を構築せんとするのが我々の立場である。

3. 物理的相互作用場の方程式

物理的相互作用場の典型的モデルとしては，前述の如く電磁場と変形場との間の相互作用場を想定しているが，これについては，後述するところなので，この小節では，前節の延長として，相互作用場に於ける場の方程式を求めておきたい。この方程式は，すべての電磁－弾塑性論の基礎になるべきもので，相互作用を一般的に規定するものである。

まず，前節にのべた如く，相互作用場の独立変数としては，（$g_{\lambda\sigma}$ ，$\Gamma^{\sigma}_{\mu\kappa}$）であることがわかった。それらは，それぞれ，

$$g_{\lambda\sigma} = \lambda^{\kappa}_{\sigma}\,a_{\lambda\kappa}\quad , \qquad \Gamma^{\sigma}_{\mu\lambda} = \lambda^{\sigma}_{\kappa}\,\gamma^{\kappa}_{\mu\lambda} \tag{3・1}$$

で与えられることがわかり，純変形場（$a_{\chi\kappa}$ ，$\gamma^{\kappa}_{\mu\lambda}$）から，$\lambda^{\sigma}_{\kappa}$によってはみだした量 によって構成されることがわかる。つまり，（3・1）は，ある種の非ホロノーム部分空間分解操作から登場するものといえる。[1)]

（3・1）に基づいて，この場のエネルギー函数を$W = W(g_{\lambda\sigma}$ ，$\Gamma^{\sigma}_{\mu\lambda})$とおくと， 着目する領域Vでのエネルギー部分原理から

$$\delta\int_{V} W\,dx = \int_{V} f_{\kappa}\,\delta x^{\kappa}\,dx + \int_{V} \tau_{\sigma}^{\cdot\kappa}\,\delta\lambda^{\sigma}_{\kappa}\,dx \tag{3・2}$$

が成立つ。但し，右辺は外部仕事で， f_{κ}は外力， $\tau_{\sigma}^{\cdot\kappa}$は外場からの作用力， dxは体積要素である。一方，

$$\delta W = \sigma^{\sigma\lambda}\ \delta g_{\lambda\sigma} + \mu_{\sigma}^{\cdot\lambda\mu}\ \delta\Gamma_{\mu\lambda}^{\sigma} \tag{3・3}$$

とおく。但し，$\sigma^{\sigma\lambda}$ は一般的な非対称応力，$\mu_{\sigma}^{\cdot\lambda\mu}$ は一般的なモーメント応力に相当し，いずれも相互作用力に他ならない。この時，(3・3) と (3・3) を用いることにより，変分 ($\delta g_{\lambda\sigma}$, $\delta\Gamma_{\mu\lambda}^{\sigma}$) を計算して代入してやることにより，相互作用場の方程式として

$$\delta\lambda_{\kappa}^{\sigma}\ :\ \Sigma_{\sigma}^{\cdot\kappa} \equiv -\sigma^{\rho\kappa}\ g_{\rho\sigma} + \mu_{\sigma}^{\cdot\lambda\mu}\ \gamma_{\mu\lambda}^{\kappa} = \tau_{\sigma}^{\cdot\kappa}$$

あるいは　　(3・4)

$$\Sigma^{\rho\kappa} \equiv -\sigma^{\rho\kappa} - \mu^{\rho\lambda\mu}\ \gamma_{\mu\lambda}^{\kappa} = \tau^{\rho\kappa}$$

を得る。この式は，いわば，物理的相互作用のみを抽出しているが，その構成量をみると，明らかに，$\gamma_{\mu\lambda}^{\kappa}$ を含んでいて純変形場の変化にも影響されることがわかる。そこで今，改めて純変形場が相互作用によって，どの様に変化するかをみることにする。そのためには，再び，($\delta\lambda_{\kappa}^{\sigma}$), ($\delta a_{\lambda\kappa}$), ($\delta\gamma_{\mu\lambda}^{\kappa}$) の関係をみておかねばならない。今の場合，(2・5) が成立つから，$\lambda_{\kappa}^{\sigma} = \mathbf{e}^{\sigma}\,\mathbf{e}_{\kappa}$ とおいて，

$$\left.\begin{aligned} &\lambda_{\kappa}^{\sigma} = \mathbf{e}^{\sigma}\,\mathbf{e}_{\kappa}\ ; \qquad \lambda_{\kappa\sigma} = \mathbf{e}_{\kappa}\,\mathbf{e}_{\sigma} \\ &\gamma_{\mu\lambda}^{\kappa} = \mathbf{e}^{\kappa}\,\partial_{\mu}\mathbf{e}_{\lambda}\ ; \qquad \gamma_{\mu\lambda\kappa} = \mathbf{e}_{\kappa}(\partial_{\mu}\mathbf{e}_{\lambda}) \\ &a_{\lambda\kappa} = \mathbf{e}_{\lambda}\cdot\mathbf{e}_{\kappa} \end{aligned}\right\} \tag{3・5}$$

と与えられ，これらを (3・3) に代入し，エネルギー変分原理に移行すると，純変形場への寄与として，($\delta\mathbf{e}_{\kappa}$) に関する方程式に着目して，

$$\delta\mathbf{e}_{\kappa}\ ;\ \sigma^{\rho\kappa}\,\mathbf{e}_{\rho} + \sigma^{\rho\lambda}\,\mathbf{e}_{\lambda}\,\lambda_{\rho}^{\kappa} + \mu_{\sigma}^{\cdot\lambda\mu}\ \lambda^{\sigma\kappa}(\partial_{\mu}\mathbf{e}_{\lambda}) - \partial_{\mu}(\mu_{\sigma}^{\cdot\kappa\mu}\ \mathbf{e}^{\sigma}) = \mathrm{F}^{\kappa} \tag{3・6}$$

を得る。但し，F^{κ} は ($\delta\mathbf{e}_{\kappa}$) に対する外力である。今，

$$\lambda_{\kappa}^{\sigma} = \delta_{\kappa}^{\sigma} + \Lambda_{\kappa}^{\sigma}\quad :\quad \lambda_{\rho}^{\lambda} = \delta_{\rho}^{\lambda} - \Lambda_{\rho}^{\lambda} \tag{3・7}$$

とおくことにすれば，(3・6) は，更に

$$(H)^{\kappa\nu} - \sigma^{\rho\kappa}\,\Lambda_{\rho}^{\nu} - \sigma^{\rho\nu}\,\Lambda_{\rho}^{\kappa} + \mu_{\sigma}^{\cdot\lambda\mu}\,\Lambda^{\sigma\kappa}\ \gamma_{\mu\lambda}^{\nu} - \partial_{\mu}(\mu_{\sigma}^{\cdot\kappa\mu}\,\Lambda_{\lambda}^{\sigma}\,\mathbf{e}^{\lambda})\mathbf{e}^{\nu} = \mathrm{F}^{\kappa}\,\mathbf{e}^{\nu} \tag{3・8}$$

とかきなおせる。但し，$\textcircled{H}^{\kappa\nu}$は，相互作用$\Lambda$が存在しない時の，純変形場の応力で，

$$\textcircled{H}^{\kappa\nu} \equiv \sigma^{\nu\kappa} + \sigma^{\kappa\nu} + \mu^{\kappa\lambda\mu}\,\gamma^{\nu}_{\mu\lambda} - \partial_{\mu}(\mu^{\cdot\kappa\mu}_{\lambda}\,\mathbf{e}^{\lambda})\mathbf{e}^{\nu} = \mathrm{F}^{\kappa}\,\mathbf{e}^{\nu} \qquad (3\cdot9)$$

で与えられる。

(3•8)の形式は，相互作用をすべて(κ)-空間に射影して論ずる立場であり，通常の電磁ー弾塑性論は，すべてこれに含まれ，又，外力としての相互作用は，運動方程式中に出現する故，結局，接続係数の分析が本質的であるといえる。又，(3•7)の仮定は，変形場と物理場の直和的な重畳構造を意味しており，通常の電磁ー弾塑性論も，その様な構造が仮定されている。要は，(3•8)の相互作用項，ひいては，$\Lambda^{\sigma}_{\kappa}$の規定に，すべての物理的条件が集約されるということである。

4. GEMEP−Theoryとは何か

今までは，我々の方法論の根拠ともいうべき「連続体力学基礎論」に則り，一般的な物理的相互作用場の論理をのべてきた。その際，我々が具体的な物理現象として想定してきたのは，最も通常な，電磁場と変形場との相互作用場というものである。これは，近年は，物性論の範疇として，種々様々な物質の諸現象が注目されてきている。我々が，特に，電磁場と変形場との相互作用場に着目せんとするのは，正に物性論的な興味と同時に，「基礎論」への典型的なモデルを提供するものであるからである。具体的な取扱いと，それに対する基礎論的問題の指摘は後述することにして，この節では，GEMEP−Theory として，何が考えられるかについて考えてみたい。

GEMEPに於ける“一般的”という意味は，通常，線型的，弾性的効果のみが注目されているのに対して，我々は，非線型効果をも吟味できる形で議論することを指しており，従って，変形場としては，何も弾性，塑性場に限らず，レオロジー的に，すべての組合わせが考えられて然るべきである。それ故，GEMEP−Theoryは，Electro-Magnetic Rheologyと称しても良いことになる。

パラメータとしての時間及び温度，等の影響は，近年のレオロジーをはじめ，種々の形式で変形場の中にとり入れることが試みられており，我々のGEMEP−Theory に於ても，その例外ではない。つまり rheonomicな取扱いを，時間，温度，等に試みて拡張し，しかる後に必要な項のみを抽出すれば，GEMEP−Theoryの中に，時間的変化や温度依存

性をとり入れることが可能になる。通常は，そのパラメータの寄与も，直和的に便宜的に考えられている傾向にあるから，我々は，それに対する統一的見解をのべたいと思う。

さて，では，GEMEP−Theoryの内容は如何。

i) 電ー弾性論

通常，Electro-staticsとよばれているものすべてを含む。その物質としては，elastic Dielectricsが考えられる。[3),4)] 変形の方を塑性的にすれば，電ー弾塑性論へ移行する。又，時間，温度効果を論ずることもできる。

ii) 磁ー弾性論

磁場をかけた時の変形場の効果は，現象的には，応力分布もさることながら，弾性波の伝播問題でかなりとりあげられてきており，[5)]熱的効果も加味されてきている。[6)]

iii) 磁性体，誘電体，液晶，等の方向性物体の力学

これらの方向特性をもつ物質の物性論的研究のうち，力学的研究は未だ不充分で，ここ二，三年，その始まりがみられる程度であって，よりmicroに非線型現象をとり入れることは，これからの課題である。[7)]

iv) M. F. D., Plasma Physics.

これに対しても，我々の立場から，正に，相互作用場としての把握ができ，その意味でGEMEP−Theoryに入れたい。

v) 流体系のレオロジーのうち，非可逆過程論に属するものへの洞察。

相互作用場の現実は，電ー磁場の作用により出現する現象を着目することであるが，熱力学的なる枠組の中では，“流体系のレオロジー”として扱われているところの化学物理の分野がclose upされてくる。

vi) 従来，2つの場の間の相互作用と考えられたもののうち，電磁場と変形場に関するものは，すべて，GEMEP−Theoryの範疇に入る。

例えば，piezo-electricity，magneto-striction，photo-elasticity，[8),9)] electro-optics，etc.

vii) スケールのちがい，物性定数のちがい，差を注意すれば，Geophysics に対する調査も可能である。

viii) 場の理論

幾何学的場の理論から出発して，物理的相互作用場まで到達し，その実例として，電磁

一弾塑性論を扱おうというところまできた。従って，逆に，その論理構造をもって，純粋場の理論へ還元していくことが可能となる。統一場の理論，Finsler的場の理論，等は，すべからく，我々の理論構造で把握され得る。[1),2)]

その他にも，多種多様なGEMEP現象が依存すると思うが，いずれにせよ，我々の立場からは，前節にのべたところに帰着させて，「連続体力学基礎論」の立場から洞察することになる。

5. GEMEP−Theoryに於ける基礎論問題

GEMEP−Theoryのある特定の現象についての解析，及びそれへの我々の立場からの洞察といの実際の取扱いについては，稿を改めることにし，以下では，従来の電磁一弾（塑）性論[3)〜6)]に対する基礎論的問題について考えてみたい。

従来，電磁場と変形場との相互作用は，前者から後者への外力としてとらえられ，しかも直和的に重畳形式ですべてが片付けられている。つまり，Maxwell equations の枠組は厳然として成立し，運動方程式への外力の中に電磁的効果が加わって，全体として，相互作用場の構造が考えられるという具合である。従って，相互作用の存在による空間構造の変化という全体系的な取扱いは，今までのところ，なされていない。我々が，運動方程式で相互作用係数としての接続係数に着目し，$\lambda^{\sigma}_{\kappa}$による分解を試みるのは，正に空間構造としてとらえられる立場である（次節参照のこと）。粒子の運動として，その粒子が電磁的に剛体である場合が通常考えられているが，粒子自身が電磁的構造を持つ場合，例えばspinをもったり，磁気能率，偏極，等を呈するものであれば，電磁的に方向特性をもってき，より一般的な取扱い，即ちGEMEP−Theoryが必要となる。粒子の構造を反映した形の相互作用場の理論だからである。

前節でのべた，パラメータとしての時間，温度の取扱いは，例えば，magneto-thermo-elasticity[6)]などが考えられるが，従来は，熱力学的構造と変形論構造との構造としての系統的洞察ではなく，単に便宜的に，直和的寄与をとり入れられていたにすぎぬ。ましてや，具体的な解を求める必要上，線型化されるから，我々としては，平均化，microのmacro化，といった問題と併せて線型化機構に注目すべきである。

次に，局所的な考察として，度々，local field[4)]の出現が考えられる。これは，macroなMaxwell方程式の支配する場を構成する自由度を，いわゆる外場としての電磁

場と，相互作用の結果生ずるところの局所場でのものに分解し，平均化すれば前者のみに帰着するが，より microな段階での考察では局所場の量からの寄与が出現してくるというものである。これによっても非対称場の理論が裏付けされることになる。

通常，相互作用の寄与は，constitutive equations の中に特徴的に現われ，相互作用係数の独立変数への依存性等が問題とされるが，従来は，その辺の扱い方に系統性がなく，独立変数の取り方が便宜的である。

いずれにしても，相互作用そのものを空間構造としてとらえることがなされていず，直和的な自由度の添加が形式的に行なわれているにすぎぬ。又，それよりも重要なことは，相互作用場そのものに着目することをさけて，Maxwell方程式に支配される電磁場の作用を外力としてとり入れるという意図がすべてを支配し，逆にMaxwell-field 自体の構造に着目することが考えられていない。

これに対して，我々は変形場からの“はみだし”が電磁的相互作用に他ならないと考えるから，相互作用場自体が全体系としてMaxwell方程式に従うとしても，その内容は純電磁場からは，ずれてきている。着目する場の構造を変形場的にみるか，電磁場的にみるかということで，議論の内容が双対的になることに注意しなければならない。

さて，その様な事情を考えるためには，今までのべてきた電磁的相互作用場というものの構造を吟味しなければならないが，それは次論文にゆずることにして，次節には，それへ移行するための橋渡しとして，運動方程式に現われる相互作用について考えておきたい。

6. 運動方程式に於ける相互作用

場の構造論の立場では，運動方程式は，測地線の方程式で与えられる。今の場合は，

$$\dot{v}^{\kappa} + \gamma^{\kappa}_{\mu\lambda} v^{\lambda} v^{\mu} + 2\Gamma^{\kappa}_{(\mu\sigma)} v^{\mu} v^{\sigma} + \Gamma^{\kappa}_{\sigma\rho} v^{\sigma} v^{\rho} = 0 \qquad (6\cdot1)$$

で与えられる。但し，$v^{\kappa} \equiv \dfrac{dx^{\kappa}}{dt} (= \dot{x}^{\kappa})$ は，着目する粒子，あるいは物質点の速度であり，v^{σ} は物理場の方の粒子，あるいは場の量の速度で，場の強さとか，電磁とかに対応してくる。これをみてわかる如く，接続係数が相互作用係数の役目を果し，これを分析していくことが相互作用の抽出に他ならないといえる。

そこで，(6・1) をより具体化していこう。まず，変換則より

$$\Gamma^{\kappa}_{\mu\sigma} = \lambda^{\lambda}_{\sigma} \gamma^{\kappa}_{\mu\lambda} + \partial_{\mu} \lambda^{\kappa}_{\sigma} \quad ,$$

$$\Gamma^{\kappa}_{\sigma\mu} = \lambda^{\lambda}_{\sigma}\,\gamma^{\kappa}_{\lambda\mu} + \lambda^{\kappa}_{\rho}\,\partial_{\sigma}\,\lambda^{\rho}_{\mu}\ , \tag{6・2}$$

$$\Gamma^{\kappa}_{\sigma\rho} = \lambda^{\mu}_{\sigma}\,\lambda^{\lambda}_{\rho}\,\gamma^{\kappa}_{\mu\lambda} + \partial_{\sigma}\lambda^{\kappa}_{\rho}$$

などと与えられるが，（6・1）の立場は，すべてを (κ) - 空間に射影する立場故，空間微分としては，∂_{μ}のみしか考慮に入れられない。そこで，（6・2）の ∂_{σ} の項は消失させてしまい，しかる後に（6・1）に代入すれば

$$\dot{\mathrm{v}}^{\kappa} + \gamma^{\kappa}_{(\mu\lambda)}\,\mathrm{v}^{\lambda}\,\mathrm{v}^{\mu} + 2\lambda^{\kappa}_{\sigma}\,\gamma^{\kappa}_{(\mu\lambda)}\,\mathrm{v}^{\mu}\,\mathrm{v}^{\sigma} + (\partial_{\mu}\,\lambda^{\kappa}_{\sigma})\,\mathrm{v}^{\mu}\,\mathrm{v}^{\sigma}$$
$$+ \lambda^{\mu}\,\lambda^{\lambda}_{\rho}\,\gamma^{\kappa}_{(\mu\lambda)}\,\mathrm{v}^{\sigma}\,\mathrm{v}^{\rho} = 0 \tag{6・3}$$

とかきなおせる。更に，（3・7）の如くに仮定することにして，純変形場の量と相互作用量とに分解すると，（6・3）は

$$\dot{\mathrm{v}}^{\kappa} + \gamma^{\kappa}_{\mu\lambda}\,\mathrm{v}^{\lambda}\,\mathrm{v}^{\mu} + 2(\gamma^{\cdot\kappa}_{\mu} - \Lambda^{\lambda}\,\gamma^{\kappa}_{\mu\lambda} - \partial_{\mu}\Lambda^{\kappa})\,\mathrm{v}^{\mu} + (\gamma^{\kappa} - 2\Lambda^{\mu}\,\gamma^{\cdot\kappa}_{\mu}) = 0 \tag{6・4}$$

となる。但し，(σ) - 指標を固定し，$\Lambda^{\lambda}_{\sigma} \equiv \Lambda^{\lambda}$とかくことにし，又，$\gamma^{\cdot\kappa}_{\mu} \equiv \gamma^{\kappa}_{\mu\sigma}\,\mathrm{v}^{\sigma}$　，$\gamma^{\kappa} \equiv \gamma^{\kappa}_{\sigma\rho}\,\mathrm{v}^{\sigma}\,\mathrm{v}^{\rho}$とおいた。$\gamma^{\cdot\kappa}_{\mu}$は v^{μ}に対する抵抗係数，γ^{κ}は外力項を意味する。相互作用が考えられない時は，$\Lambda^{\kappa} = 0$とおいてやって，

$$I^{\kappa} \equiv \dot{\mathrm{v}}^{\kappa} + \gamma^{\kappa}_{\mu\lambda}\,\mathrm{v}^{\lambda}\,\mathrm{v}^{\mu} + 2\gamma^{\cdot\kappa}_{\mu}\,\mathrm{v}^{\mu} + \gamma^{\kappa} \tag{6・5}$$

が成立つことになる。これは，純変形場の運動方程式に他ならない。従って，（6・5）を用いると，（6・4）は

$$I^{\kappa} - 2\gamma^{\kappa}_{\mu\lambda}\,\Lambda^{\lambda}\,\mathrm{v}^{\mu} - 2\gamma^{\cdot\kappa}_{\mu}\,\Lambda^{\mu} - 2(\partial_{\mu}\Lambda^{\kappa})\,\mathrm{v}^{\mu} = 0 \tag{6・6}$$

と表わせ，重畳構造を示している。v^{σ}として何をとるかによって相互作用の性格が異なってき，Λ^{κ}の規定条件が，それに応じて得られることになる。例えば，v^{σ}として，(σ)- 空間の粒子速度としての電流とみなすことにすると，通常の関係式が，通常の運動方程式を介して，

$$\mathrm{v}^{\sigma} = \lambda^{\sigma}_{\kappa}\,\mathrm{v}^{\kappa}$$
$$= \mathrm{C}^{\sigma\rho}\,[\,\mathrm{E}_{\rho} + \epsilon_{\rho\lambda\tau}\,\mathrm{v}^{\lambda}\,\mathrm{B}^{\tau}\,] + \rho_{\mathrm{e}}\,\delta^{\sigma}_{\kappa}\,\mathrm{v}^{\kappa} - \mathrm{k}^{\sigma\mu}\,\partial_{\mu}\,\mathrm{T} \tag{6・7}$$

[6]

の如くに与えられる。但し，$C^{\sigma\rho}$は electric conductivity・ρ_eは charge density，$k^{\sigma\mu}$は thermo-electric coefficient（$\equiv C^{\sigma i}\widetilde{k}_{\tau}^{\cdot\mu}$）である。従って，　今，

$$\lambda_\kappa^\sigma \equiv \rho_e \delta_\kappa^\sigma + \Lambda_\kappa^\sigma \tag{6・8}$$

とおくことにすれば，

$$\Lambda_\kappa^\sigma = C^{\sigma\rho}\left[(E_\rho - \widetilde{k}_\rho^{\cdot\mu}\partial_\mu T)v_\kappa + \varepsilon_{\rho\kappa\tau}B^\tau\right] \tag{6・9}$$

などと与えられ，これによって，相互作用係数を吟味することができる。

あるいは，v^σとして，直ちに，外場を表わしておるものと考えられるならば，(6・1)に於て，相互作用項$\Gamma_\mu^\kappa v^\mu v^\sigma$，$\Gamma_{\rho\sigma}^\kappa v^\sigma v^\rho$は，通常の運動方程式におけるものを直接的に対応づけられる。例えば，磁－弾性においての相互作用力は，線型を仮定すれば，$\mathbf{j}\times\mathbf{B}$（$\mathbf{j}$に電流密度，$\mathbf{B}$は磁束密度）で与えられる[6]。一方，我々の方でも$v^\sigma \equiv H^\sigma$（磁場ベクトル）とおいて，一次項の寄与までとることにすると，相互作用は$\Gamma_{\mu\sigma}^\kappa v^\mu H^\sigma$で表わされることになる。$v^\sigma \equiv H^\sigma$については，

$$\dot{v}^\sigma + \Gamma_{\mu\lambda}^\sigma v^\mu v^\lambda + \Gamma_{\mu\rho}^\sigma v^\mu v^\rho = 0 \tag{6・10}$$

が(6・1)に双対な形で成っているから，これに対しては，誘導方程式

$$\dot{\mathbf{H}} = \frac{1}{\mu\sigma}\nabla^2\mathbf{H} + \nabla\times(\mathbf{V}\times\mathbf{H}) \quad ; \qquad \begin{array}{l}\sigma：電導率\\ \mu：透磁率\end{array} \tag{6・11}$$

が匹敵する。そして，この時は，電流密度が

$$j_\rho = \sigma(E_\rho + \mu\varepsilon_{\rho\mu\tau}v^\mu H^\tau) \tag{6・12}$$

が与えられるとすると，結局，相互作用係数としての$\Gamma_{\mu\sigma}^\kappa$は，

$$\Gamma_{\mu\sigma}^\kappa \equiv \sigma\,{}^{\kappa\rho}_{\cdot\cdot\sigma}E_\rho v_\mu + \sigma\mu\varepsilon^{\kappa\rho}_{\cdot\cdot\sigma}\varepsilon_{\rho\mu\tau}H^\tau \tag{6・13}$$

で与えられることになる。但し，$\varepsilon^{\kappa\rho}_{\cdot\cdot\sigma}$，$\varepsilon_{\rho\mu\tau}$は指標の順序のみが問題で，交代成分をとることを意味する一種の記号とみなす。$\Gamma_{\mu\sigma}^\kappa$は，変形場と，(6・2)によって結びつけられているから，λ_σ^κ，λ_μ^σの性格が，この対応関係によって規定されてき，それが求められれば，構造が決定され，相互作用の性格が，どこに現われてくるかを論ずることができる。

7. おわりに

この論文では，「連続体力学基礎論」からの一歩前進として，具体例についての考察という問題への移行における問題点についてのべた。電磁的相互作用というのは，非常に複雑で，立場の性格によって，種々異なった形式になるので，我々としては、場の構造論に重点をおくつもりである。これから先，如何なる問題を扱い得るかについては，意見のわかれるところであるが，我々としては，電磁的相互作用場の性格からみて重要と思われるものを取りあげていきたい。

参　考　文　献

1) 池田恵, Sci. Pap. RIPAM, 1(1970), 4. 2(1972), 103.

2) 池田恵, 物性研究, 14(1970), 203.

3) R. A. Toupin, Int. J. Engng Sci., 1(1963), 101.

4) A. C. Eringen, Int. J. Engng Sci., 1(1963), 127.

5) J. W. Dunkin & A. C. Eringen, Int. J. Engng Sci., 1(1963), 461.

6) G. Paria, Adv. in Appl. Mech., 10(1967), 73.

7) 池田恵, 物性研究, 15(1971), 217.
Sci. Rep. RACM, No.1(1972), 4.

8) 池田恵, 物性研究. 14(1970), 419.
Sci. Pap. RIPAM, 3(1972), 51.

9) W. P. Mason, Bellsys. Tech. J., 29(1950), 161.